

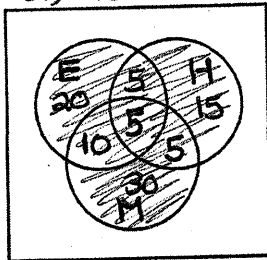
CHAPTERS 7, 8, 9

ANSWERS TO ODD NUMBERED HOMEWORK AND ALL CHAPTER REVIEW PROBLEMS

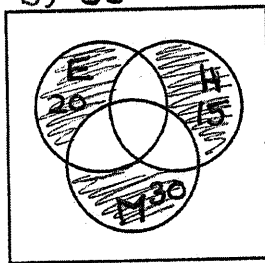
7.1 Sets

- 1). {Al, Bob}, {Al}, {Bob}, \emptyset 3). {Bob, Chris, Dave}
- 5). {a, e, i, f, h, c, g} 7). {b, d, j}
- 9). {1, 2, 3, 4, 5, 6} 11). \emptyset
- 13). 9 students 15). 65
- 17). a. 30 b. 60 c. 10

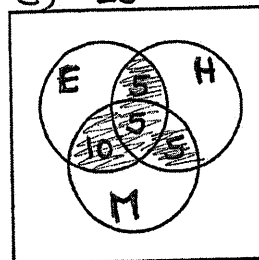
19) a) 90



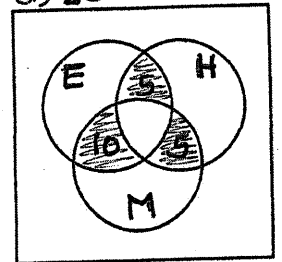
b) 65



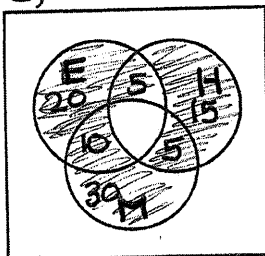
c) 25



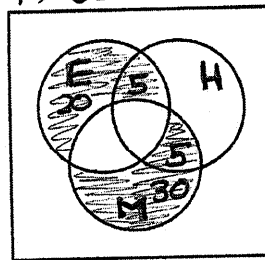
d) 20



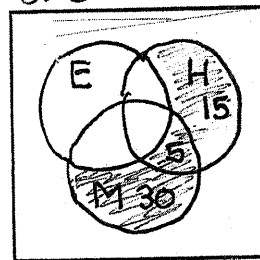
e) 85



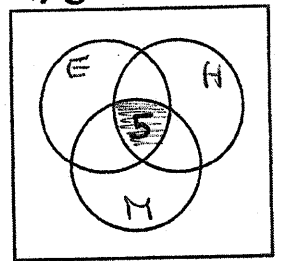
f) 60



g) 50



h) 5



7.2 Tree Diagrams and the Multiplication Axiom

- 1). 6 3). 8 5). 12
- 7). 15,600,000 9). 6,400,000 11). BB, BG, GB, GG
- 13). 16 15). 27,000 17). 10000

7.3 Permutations

- 1). 60 3). 210 5). 362,880 7). 25,200
- 9). 900 11). 48 13). 72 15). 2,400
- 17). 15120 19). 5040 21). 720

7.4 Circular Permutations and Permutations with Similar Elements

- 1). 24 3). 120 5). 120 7). 64,864,800
- 9). 210 11). 6 13). 10 15). 210

7.5 Combinations

- 1). 120 3). 10 5). 2,598,960
7). 66 9). 10 11). 20
13). 6 15). 924 17). 35 19). 84

7.6 Combinations Involving Several Sets

- 1). 24 3). 25 5). 14,400
7). 4 9). 60 11). 80
13). 51 15). 7 17). 1,410
19). 171,600 21). 22,308 23). 24

$$25) (44C4)(54C5)(2C1) \approx 8.586 \times 10^{11}$$

$$27) (80C6)(20C6) \approx 1.1647 \times 10^{13}$$

$$29) (6C2)(7C2)(4C2) = 1890$$

$$31) (6C3)(7C2)(4C1) = 1680$$

7.7 Binomial Theorem

- 1). $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$
3). $x^5 - 10x^4y + 40x^3y^2 - 80x^2y^3 + 80xy^4 - 32y^5$
5). $2160x^4y^2$ 7). 280 9). 10 11). 64

7.8 Chapter Review

- 1). 1,000 2). 20; 135; 15 3). 12
4). 144 5). 3,024 6). 11,639,628,000
7). 84 8). 60 9). 24
10). 126; 336; 210 11). 5,184 12). 1,048,576
13). 46,200 14). 60 15). 120
16). 20 17). 10 18). 1296
19). 27,720 20). 720 21). 194,594,400
22). a. 5148 b. 58,656 c. 123,552 d. 10,240 or 9216 23). 17,576
24). 4500 25). 5040; 720 26). 3003; 371; 210; 191; 435
27). 10 28). 35 29). 72
30). 72,000 31). $-48384 x^5 y^3$ 32). $2016 a^5 b^4$

8.1 Sample Spaces and Probability

1). $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

3). $\{1H, 2H, 3H, 4H, 5H, 6H, 1T, 2T, 3T, 4T, 5T, 6T\}$

5).

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

7). $4/52$

9). $13/52$

11). $16/52$

13). $6/20$

15). $13/20$

17). $3/8$

19). $6/8$

21) $2/8$

23) $4/36$

25) $7/36$

27) $6/36$

29) $8/12$

31) $6/12$

33) $1/16$

8.2 Mutually Exclusive Events and the Addition Rule

1). Yes

3). No

5). No

7). $16/52$

9). $13/36$

11). 40%

13) $30/100$

15) $94/100$

17) $68/100$

19) not mutually exclusive

21) 0

23) 0.5

25) 0.40

8.3 Probability Using Tree Diagrams and Counting

1). $20/56$

3). $6/56$

5). $1/6$

7). $3/10$

9). $10/220$

11). $56/220$

13). $45/1365$

15). $21/1365$

17). $324/1365$

19). $79092/2,598,960 = 0.03043$

21). $24/2,598,960 = 0.000009234$

23). $1,584/2,598,960 \approx 0.0006$

25) $1890/12376 \approx 0.1527$

27) $1680/12376 \approx 0.1357$

29) $180/792 \approx 0.227$

31) $21/792 \approx 0.0265$

33) 0.972864

8.4 Conditional Probability

- | | | |
|----------------|-----------------------|----------------|
| 1). $4/12$ | 3). $1/3$ | 5). $30/44$ |
| 7). $6/54$ | 9). a. $1/6$ b. $1/4$ | 11). 0.12 |
| 13). 0.4 | 15). 0.696 | 17). $1/2$ |
| 19). $3/4$ | 21). $84/528$ | 23). $84/2096$ |
| 25). $188/796$ | | |

8.5 Independent Events

- | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|----------|
| 1). $2/3$ | 3). $50/150$ | |
| 5). a. $3/4$ b. $2/4$ c. $2/4$ d. no | | |
| 7). 0.12 | 9). 0.36 | 11). yes |
| 13). a. $28/100$ b. $82/100$ | 15). a. $7/8$ b. $6/8$ c. $6/8$ d. no | |
| 17). a) yes b) 0.175 | 19). a) no b) 0.081 | |

8.6 Chapter Review

- | | | |
|---|----------------------------|-------------------|
| 1). $3/36; 4/36$ | 2). $8/12; 7/12$ | 3). $8/52; 16/52$ |
| 4). $3/5; 9/10$ | 5). $3/20; 1/20; 5/6; 1/6$ | 6). $1/16; 1/4$ |
| 7). $3/4; 0$ | 8). 0.72 | 9). 40% |
| 10). independent | 11). $3/4; 0.45$ | 12). 0.8144 |
| 13). 0.22 | 14). 0.45278 | |
| 15). a. $111540/2598960$; b. $949104/2598960$; c. $1349088/2598960$ d. $36/2598960$ | | |
| 16). $9/20; 10/27; 15/33; 11/20$; no; yes | | 17). 0.40 |
| 18). $3/14; 37/42; 2/7; 35/84$ | 19). no | 20). 0 |
| 21). 0.65 | 22). 0.36 | 23). $5/6$ |
| 24). 0.2 | 25). 0.5 | 26). 0.3 |

9.1 Binomial Probability

- 1). 0.2051 3). 0.0322 5). 0.9421
 7). 0.2305 9). 0.5 11). 0.6778
 13) a) 0.0875 b) 0.000097
 15) a) 0.2785 b) 0.613

9.2 Bayes' Formula

- 1). a. 0.6458 b. 0.4706 c. 0.625 3). the Republican party
 5). 0.7787 7). a. 0.045 b. 0.2667 c. 0.03
 9) a) 0.02 b) 0.111

9.3 Expected Value

- 1). No; you can expect to lose \$3,000. 3). 50 cents
 5). 1.7 7). - 83 cents 9). 39,000
 11). - 96 cents 13) a) 1.35 b) 405

9.4 Probability Using Tree Diagrams

- 1). $\frac{3}{5}$ 3). 0.94 5). 0.448
 7). 0.6127 9). $\frac{125}{1296}$ 11). 0.776

9.5 Chapter Review

- 1). 0.3125; 0.1875 2). 0.088 3). 0.21094
 4). 0.33696 5). 0.74432 6). 0.512
 7). 0.52559 8). 4 9). $\frac{7}{18}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{6}{11}$
 10). 0.37975 11). $\frac{14}{17}$ 12). 4.4%; $\frac{35}{44}$; 0.05
 13). 0.62; $\frac{54}{62}$ 14). 0.036; $\frac{28}{36}$ 15). 69%
 16). \$7 17). -\$5.26 18). 25
 19). 10% 20). \$60,000 21). 29.167
 22). \$5 23). $\frac{3}{8}$ 24). 0.45
 25). 0.957125 26). 0.027 27). $\frac{5}{9}$
 28). $\frac{5}{8}$

ANSWERS TO ODD NUMBERED HW PROBLEMS
AND SOME EVEN NUMBERED PROBLEMS
AND ALL CHAPTER REVIEW PROBLEMS

CHAPTER 10
MARKOV CHAINS

Section 10.1

- 1) a) No: Row 2 contains a negative value
Row 3 does not sum to 1
b) No: Rows 2 and 3 each do not sum to 1
- 2) a) .40 b) .80 c) .56 (from T^2) d) .688 (from T^3)
- 3) a) eggs tofu b) .5 c) .5 (from T^2) d) .75 (from T^3)
 $T = \begin{matrix} \text{eggs} \\ \text{tofu} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ .5 & .5 \end{bmatrix}$
- 4) a) CC DL b) .1875 (from T^2)
 $T = \begin{matrix} \text{CC} \\ \text{DL} \end{matrix} \begin{bmatrix} .75 & .25 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- 5) a) .3 b) .38 (from T^2) c) .15 (from T^2) d) .175 (from T^3)

Section 10.2

- 1) a) .93 b) .05 c) .1 d) .20
- 2) a) .817 b) .092 c) .743 d) .224
- 3) a) .2 b) .3 c) 0 d) .5
- 4) a) next note must be A b) current note must be E
- 5) a) A B C D b) .20 c) .25 d) .27
~~e) .7 f) 0~~
 $T = \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & .3 & .5 & .2 \\ .5 & 0 & 0 & .5 \\ 0 & .1 & .7 & .2 \\ .2 & .4 & .1 & .3 \end{bmatrix}$

Section 10.3

- 1) a) No b) No T^n never has all positive entries
for any n starting with 1 up to
 $n = (2-1)^2 + 1 = 2$
- c) No T^n never has any positive entries
for any n starting with $n=1$ up to $n = (3-1)^2 + 1 = 5$
- d) Yes T^2 has all positive entries
- 2) a) 55% Company I, 45% company II from $[\begin{smallmatrix} .4 & .6 \end{smallmatrix}] T^3$
 b) $8/15$ or 53.3% Company I; $7/15$ or 46.7% Company II
 from $T^n = \begin{bmatrix} 8/15 & 7/15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .53333 & .46667 \end{bmatrix}$
 for a high power n such as $n=50$
- 3) a) .876 (from T^3) b) 87.5% cross court, 12.5% down line
 from T^n for a high power n such as $n=90$

10.3 continued

4) a) $5/8 = .625$ from T^4 b) $P(\text{Eggs}) = 1/3$ $P(\text{Tofu}) = 2/3$
 from T^n for a high power n
 such as $n=75$

5) a) $.548$ (from T^5)
 b) 14% at A, 38% B, 48% C, from $[.5 \ .2 \ .3] T^2$
 12.5% at A, 31.2% B, 56.3% C from $[.5 \ .2 \ .3] T^5$
 c) 12.5% A, 30% B, 57.5% C
 d) Yes still 12.5% A, 30% B, 57.5% C

6) a) $.30$ b) $.28$ c) $[.305 \ .310 \ .385]$
 d) $[.3225 \ .3230 \ .3545]$ e) $[.32905 \ .32910 \ .34185]$
 f) $[1/3 \ 1/3 \ 1/3]$

7) a) $T = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & .3 & .5 & .2 \\ .5 & 0 & 0 & .5 \\ 0 & .1 & .7 & .2 \\ .2 & .4 & .1 & .3 \end{bmatrix} \end{matrix}$ b) $m = (n-1)^2 + 1$
 $= (4-1)^2 + 1$
 $= 3^2 + 1$
 $= 10$
 c) Yes B^2 has all positive entries

d) $[.1567 \ .1980 \ .3571 \ .2882]$ rounded to 4 decimal places
 15.67% visit site A, 19.8% site B, 35.71% site C 28.82% site D
 e) Highest C; then D; then B; then A is lowest rank

10.4

1) a) $S1, S3$ b) $S1 \ S3$ c) $2/3$ d) $1/3$
 $S2 \ \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 2/3 & 1/3 \end{bmatrix}$

5) a) $T = \begin{matrix} & \begin{matrix} G & B & I \end{matrix} \\ \begin{matrix} G \\ B \\ I \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ .6 & .2 & .2 \end{bmatrix} \end{matrix}$ b) = states G, B
 c) $\begin{matrix} G & B \\ I \end{matrix} \begin{bmatrix} .75 & .25 \end{bmatrix}$
 d) $.75$

6) a) $T = \begin{matrix} & \begin{matrix} C & I & D & G \end{matrix} \\ \begin{matrix} C \\ I \\ D \\ G \end{matrix} & \begin{bmatrix} .2 & .7 & .1 & 0 \\ 0 & .15 & .2 & .65 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$ 7) a) $.7475$ b) $.0225$ c) $.23$
 8) about $.2353$
 9) about $.6691$
 10) 27.35% drop out 72.65% graduate
 11) 30.22% drop out 69.78% graduate

10. 4 Chapter Review Markov Chains

1). No; no

2). 0.2; 0.3; 0.475

3). a. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2/3 & 1/3 \end{bmatrix}$ b. 1 c. $2/3$

4). 0.3; 0.31; 0.28

5). No; yes

6). 0.32; $P = 2/3$, $H = 1/3$

7). $[\text{.36 } \text{.34 } \text{.30}]$; $[3/7 \ 9/28 \ 1/4]$

8). a. S1 and S2 b).

c). $26/35$ d). $19/35$

	S1	S2
S3	$16/35$	$19/35$
S4	$26/35$	$9/35$

9). $2/7$

10). $3/7$